НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЗАПОРІЗЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

ТРЕНІНГ ДО ЗОВНІШНЬОГО НЕЗАЛЕЖНОГО ОЦІНЮВАННЯ – 2021

Зошит 1

ПРОБНЕ ТЕСТУВАННЯ З МАТЕМАТИКИ

(рівень стандарту та профільний рівень)

Час виконання – 210 хвилин

Робота складається з 34 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–29 Ви маєте позначити в бланку ***А***. Розв'язання завдань 30–34 Ви маєте записати в бланках ***Б*** та ***В***.

Результат виконання завдань **1–26**, **30** і **31** сертифікаційної роботи на ЗНО буде зараховано як результат **державної підсумкової атестації** рівня стандарту, а виконання **всіх** завдань – профільного рівня.

Результат виконання **всіх** завдань сертифікаційної роботи на ЗНО буде використано під час **прийому до закладів вищої освіти**.

Інструкція щодо роботи в зошиті

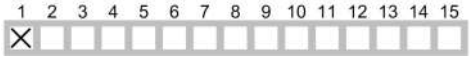
1. Правила виконання завдань зазначені перед кожною новою формою завдань.
2. Рисунки в завдань виконано схематично, без строгого дотримання пропорцій.
3. Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання. Використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
4. Намагайтеся виконати всі завдання.
5. Ви можете скористатися довідковими матеріалами, наведеними на сторінках 2, 23, 24 зошита. Для зручності Ви можете їх відокремити відірвавши.

Інструкція щодо заповнення бланків відповідей *А*, *Б* та *В*

1. У бланк ***А*** записуйте чітко, згідно з вимогами інструкції до кожної форми завдань, лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
2. Неправильно позначені, підчищені відповіді в бланку ***А*** буде зараховано як помилкові.
3. Якщо Ви позначили відповідь до якогось із завдань 1–20 в бланку ***А*** неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку та поставивши нову, як показано на зразках:

4. Якщо Ви« записали відповідь до якогось із завдань 21–29 неправильно, то можете виправити її, записавши новий варіант відповіді в спеціально відведених місцях бланка ***А***.
5. Виконавши завдання 30, 31 та 32–34 в зошиті, акуратно запишіть їхні розв'язання в бланках ***Б*** та ***В***.
6. Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних у бланку ***А***, та правильного розв'язання завдань 30–34 в бланках ***Б*** та ***В***.

Позначте номер Вашого зошита у відповідному місці бланка ***А*** так:



Зичимо Вам успіху!

© Національний університет «Запорізька політехніка», 2021

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Формули скороченого множення

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ якщо } a \geqslant 0, \\ -a, \text{ якщо } a < 0 \end{cases}$$

Квадратне рівняння

$ax^2 + bx + c = 0, \ a \neq 0$

$D = b^2 - 4ac$ – дискримінант

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \ x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{D}}{2a}$, якщо $D > 0$

$x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$, якщо $D = 0$

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Степені

$a^1 = a, \ a^n = \underbrace{a \cdot a \ldots \cdot a}_{n \text{ разів}}$ для $a \in R, \ n \in N, \ n \geqslant 2$

$a^0 = 1$, де $a \neq 0$ $\quad \sqrt{a^2} = |a|$

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ для $a \neq 0, \ n \in N$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \ a > 0, \ m \in Z, \ n \in N, \ n \geqslant 2$

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\quad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ $\quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$

$(ab)^x = a^x \cdot b^x$ $\quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$

Логарифми

$a > 0, \ a \neq 1, \ b > 0, \ c > 0, \ k \neq 0$

$a^{\log_a b} = b$ $\quad \log_a a = 1$ $\quad \log_a 1 = 0$

$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

$\log_a \dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$

$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$

$\log_{a^k} b = \dfrac{1}{k} \cdot \log_a b$

Арифметична прогресія

$a_n = a_1 + d(n - 1)$ $\quad S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

Геометрична прогресія

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ $\quad S_n = \dfrac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (q \neq 1)$

Теорія ймовірностей

$P(A) = \dfrac{k}{n}$

Комбінаторика

$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n = n!$ $\quad C_n^k = \dfrac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$ $\quad A_n^k = \dfrac{n!}{(n - k)!}$

Завдання 1–4 і 5–16 мають відповідно по чотири та п'ять варіантів відповіді, з яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді, позначте його на *бланку А* згідно з інструкцією. Не робіть інших позначок у *бланку А*, тому що комп'ютерна програма реєструватиме їх як помилки!

Будьте особливо уважні під час заповнення *бланка А*!
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

1. Розташуйте в порядку зростання числа $2^{30}, 3^{20}, 7^{10}$.

А	Б	В	Г
$2^{30}, 3^{20}, 7^{10}$	$7^{10}, 2^{30}, 3^{20}$	$7^{10}, 3^{20}, 2^{30}$	$2^{30}, 7^{10}, 3^{20}$

2. Обчисліть $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}$.

А	Б	В	Г
$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{4}{15}$

3. Розв'яжіть рівняння $\frac{x^3-4x}{x-2}=0$

А	Б	В	Г
$-2,\ 0,\ 2$	$-2,\ 0$	$0,\ 2$	0

4. Для арифметичної прогресії a_n знайдіть a_5, якщо $a_2 + a_8 = 12$.

А	Б	В	Г
2	8	6	5

5. Розв'яжіть нерівність $|x-3| \le 4$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty;-1]\cup[7;+\infty)$	$[-1;7]$	$[-7;1]$	$[1;7]$	$(-\infty;7]$

6. Скільки різних коренів має рівняння $lg(x^4-3x^3)=lg(10x^2)$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	чотири

7. Знайдіть значення похідної функції $y = e^x + ln(x+1) - 3x^2 + sin\,2x$ в точці $x_0 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	3	4

8. Знайдіть довжину вектора $\overrightarrow{AB}$, якщо відомі координати точок $A(-2;3), B(1;-1)$.

А	Б	В	Г	Д
4	5	6	2	13

9. Знайдіть найменший додатний період функції $y = 3tg\left(3 + \frac{x}{2}\right)$.

А	Б	В	Г	Д
2π	3π	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$

10. Задано дві мимобіжні прямі a і b. Скільки існує різних площин, які проходять через пряму a і є паралельними прямій b ?

А	Б	В	Г	Д
жодної	одна	дві	три	безліч

11. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-x-20} > 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty;-4)\cup(5;+\infty)$	$(-5;4)$	$(-4;5)$	$(4;5)$	$\left(-\frac{1}{5};\frac{1}{5}\right)$

12. Спростіть вираз $\left(\frac{1}{b+1}-\frac{1}{b-1}\right):\frac{2}{b+1}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{1-b}$	$\frac{2}{b+1}$	$\frac{1}{1+b}$	$\frac{1}{b-1}$	$\frac{1}{1-b}$

13. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x+2y=7 \\ x-2y=-1. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
$(2;\ 3)$	$(4;\ 1{,}5)$	$(3;\ 2)$	$(3;\ 5)$	$(5;\ 3)$

14. Обчисліть $\cos 570°$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0

15. Прямокутний трикутник з катетами 3 і 4 обертається навколо меншого катета. Обчисліть об’єм тіла обертання.

А	Б	В	Г	Д
16π	12π	4π	32π	48π

16. В прямокутному трикутнику один з гострих кутів дорівнює $27°$. Знайдіть кут між бісектрисою і висотою трикутника, проведеними з вершини прямого кута.

А	Б	В	Г	Д
$63°$	$18°$	$32°$	$28°$	$16°$

У завдання 17–20 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у *бланку А* на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви). Усі інші види Вашого запису в *бланку А* комп'ютерна програма реєструватиме як помилки!

Будьте особливо уважні під час заповнення *бланка А*!
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

17. До кожного початку речення **(1 – 3)** доберіть його закінчення **(А – Д)** так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

1 Функція $y = cos(x+1)$

2 Функція $y = 2^{-x}$

3 Функція $y = |x|x$

Закінчення речення

А має область значень [–1; 1].

Б має область значень [0; 2].

В є непарною.

Г має графік, всі точки якого лежать вище осі x.

Д є парною.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18. Установіть відповідність між виразом **(1 – 3)** та тотожно рівним йому виразом **(А – Д)**, якщо *а* – довільне *від'ємне* число.

Вираз		*Тотожно рівний вираз*	
1	$a \cdot 2^{log_2\|a\|}$	**А**	0
2	$\left(a^{-2}\right)^{-1}$	**Б**	1
3	$(a-1)^0$	**В**	a^2
		Г	$-a^2$
		Д	$\frac{1}{a^2}$

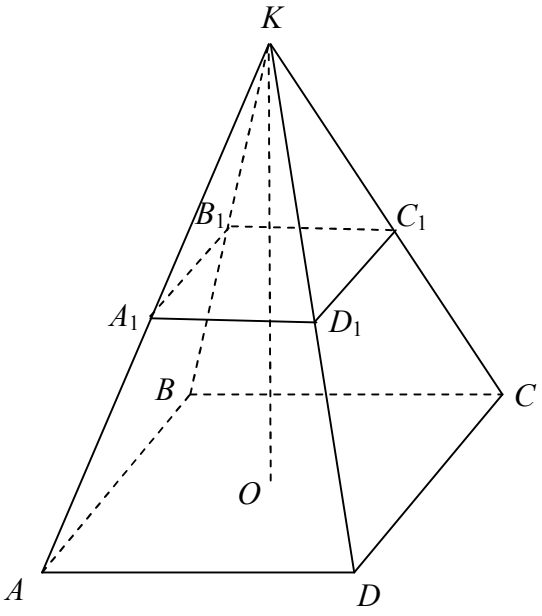
	А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
1					
2					
3					

19. Коло описується рівнянням $x^2 + y^2 = -2y$. До кожного початку речення **(1 – 3)** доберіть його закінчення **(А – Д)** так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення		*Закінчення речення*	
1	Координата *x* його центру дорівнює	**А**	–2.
2	Координата *y* його центру дорівнює	**Б**	–1.
3	Його радіус дорівнює	**В**	0.
		Г	1.
		Д	2.

	А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
1					
2					
3					

20. На рисунку зображена правильна чотирикутна піраміда $KABCD$, у якій висота і сторона основи дорівнюють 2 дм. Через середину висоти паралельно площині основи проведена площина, $A_1B_1C_1D_1$ – утворений переріз. На кожне питання **(1 – 3)** підберіть правильну відповідь з **(А – Д)**.



Питання

1 Яку частину складає бічна поверхня піраміди $KA_1B_1C_1D_1$ від бічної поверхні піраміди $KABCD$?

2 Чому дорівнює об'єм піраміди $KA_1B_1C_1D_1$ в дм^3?

3 Яку частину складає об'єм піраміди $KA_1B_1C_1D_1$ від об'єму піраміди $KABCD$?

Відповідь

А $\frac{1}{2}$.

Б $\frac{1}{3}$.

В $\frac{1}{4}$.

Г $\frac{1}{6}$.

Д $\frac{1}{8}$.

	А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
1					
2					
3					

Розв'яжіть завдання 21–29. Одержані числові відповіді запишіть у зошиті та *бланку А*. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці відповідно до зразків, наведених у *бланку А*.

21. У магазині молодіжного одягу діє акція: при покупці двох речей покупець отримує знижку 40% на дешевшу річ у чеку. Олексій планує купити кросівки та футболку. Вартість кросівок становить 2500 *грн*, а футболки – 1500 *грн*.

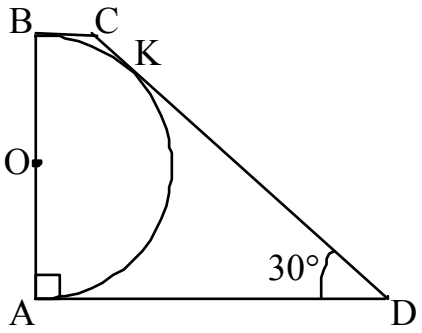
1. Яку суму грошей P (у *грн*) заплатить Олексій, якщо скористається цією акцією?

Відповідь: ,

2. Скільки *відсотків* становить сума P від суми грошей, яку заплатив би Олексій, якби купував кросівки та футболку *не за акційними умовами*?

Відповідь: ,

22. На рисунку зображено прямокутну трапецію $ABCD$ $(\angle A = 90°)$ та коло, побудоване на стороні AB як на діаметрі. Це коло дотикається більшої бічної сторони трапеції CD в точці K. Відомо, що довжина кола дорівнює 24π *см*, $\angle ADC = 30°$.



1. Визначте градусну міру кута BAK.

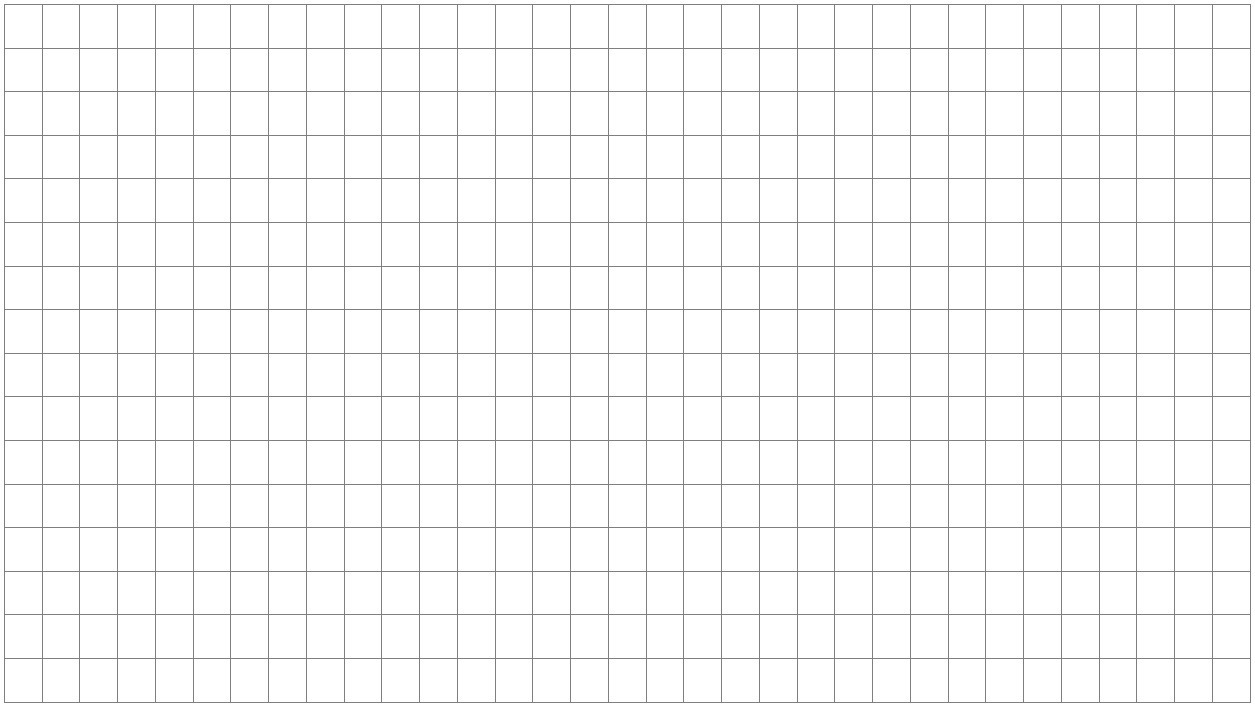
Відповідь: ☐☐☐☐ , ☐☐☐

2. Визначте довжину бічної сторони CD (у *см*) цієї трапеції.

Відповідь: ☐☐☐☐ , ☐☐☐

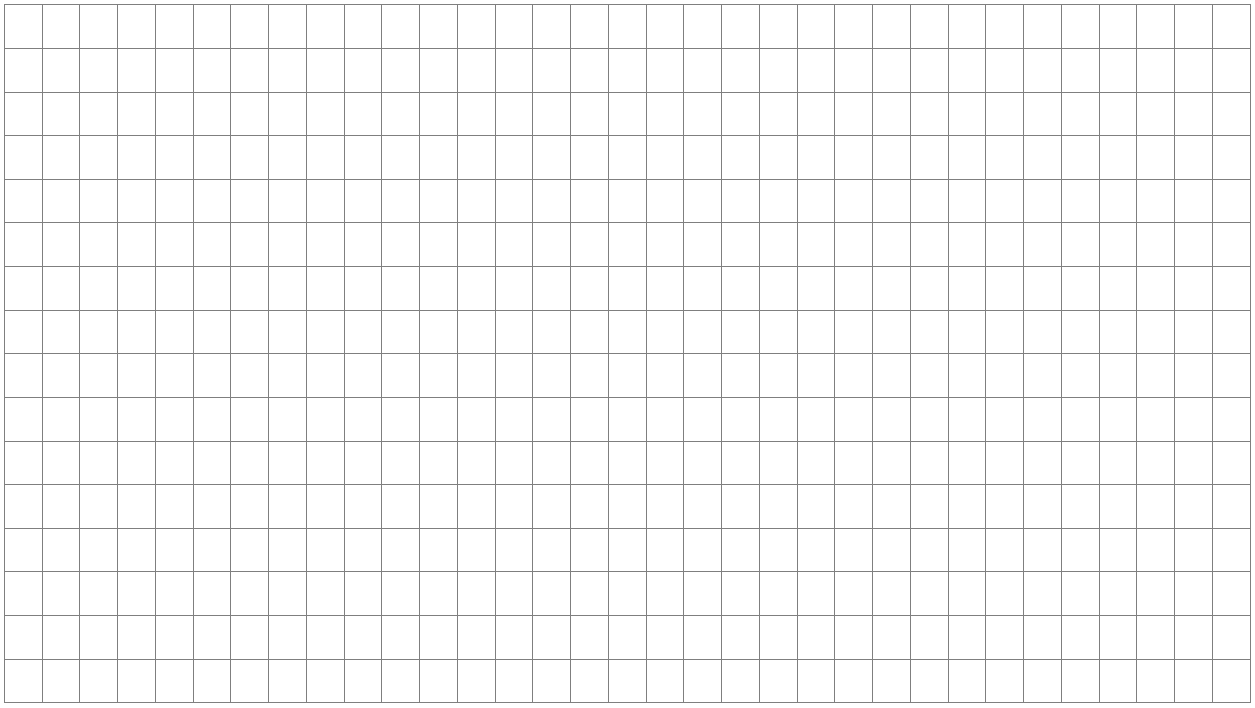
23. У ромб $ABCD$ вписано коло $(x-1)^2+(y-2)^2=5$. Відомо, що $A(2;-1)$, $B(4;3)$.

1. Визначте ординату точки C.



Відповідь: | | | | | **,** | | | |

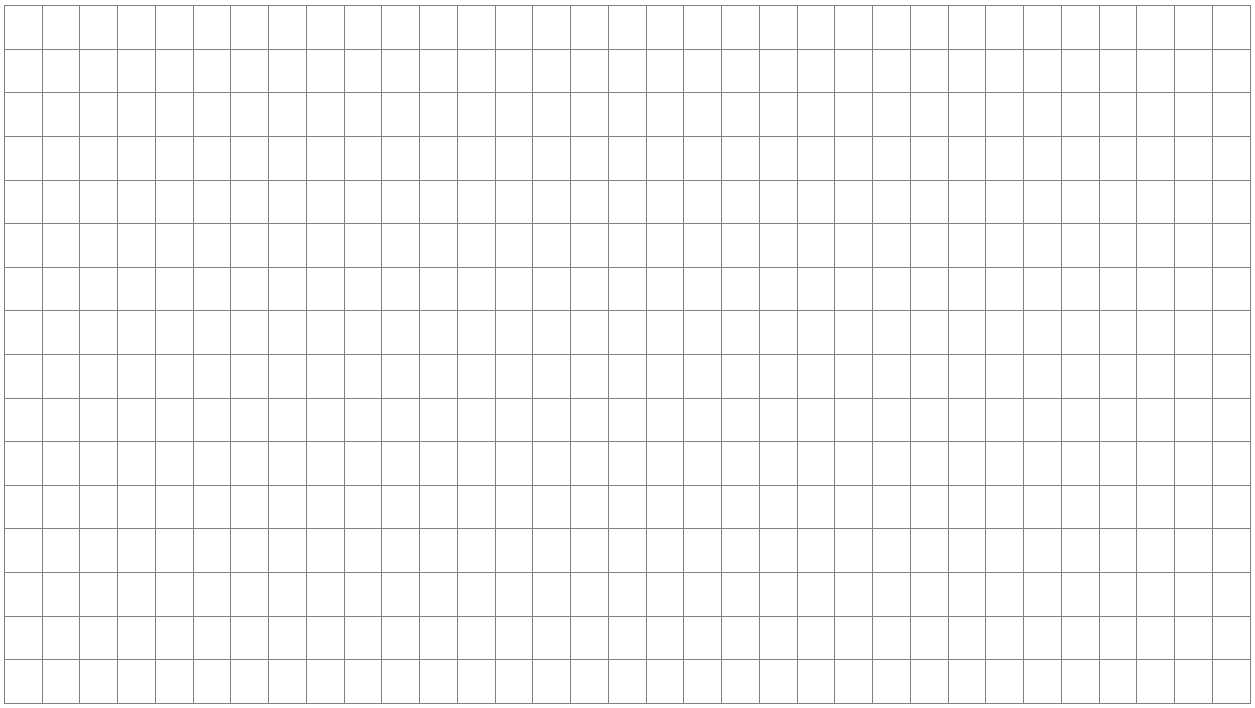
2. Визначте площу трикутника ABC.



Відповідь: | | | | | **,** | | | |

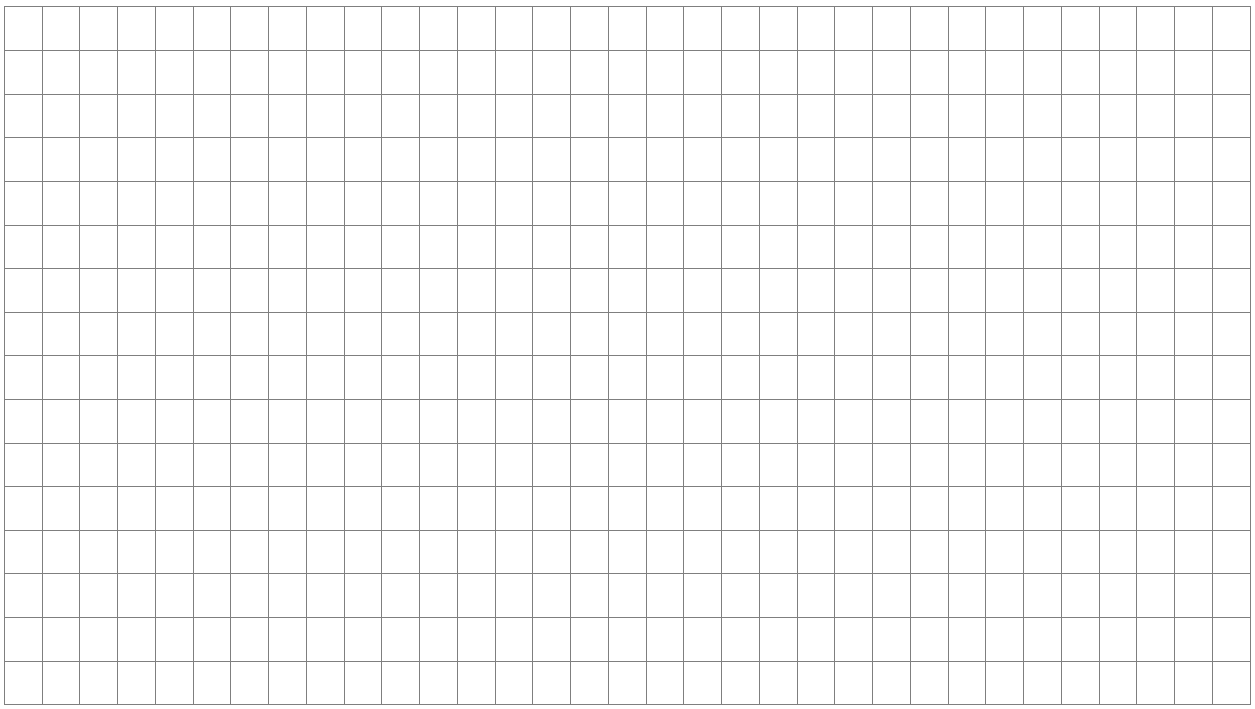
24. Другий член геометричної прогресії (b_n) у 8 разів більший за її п"ятий член.

1. Визначте знаменик q цієї прогресії.



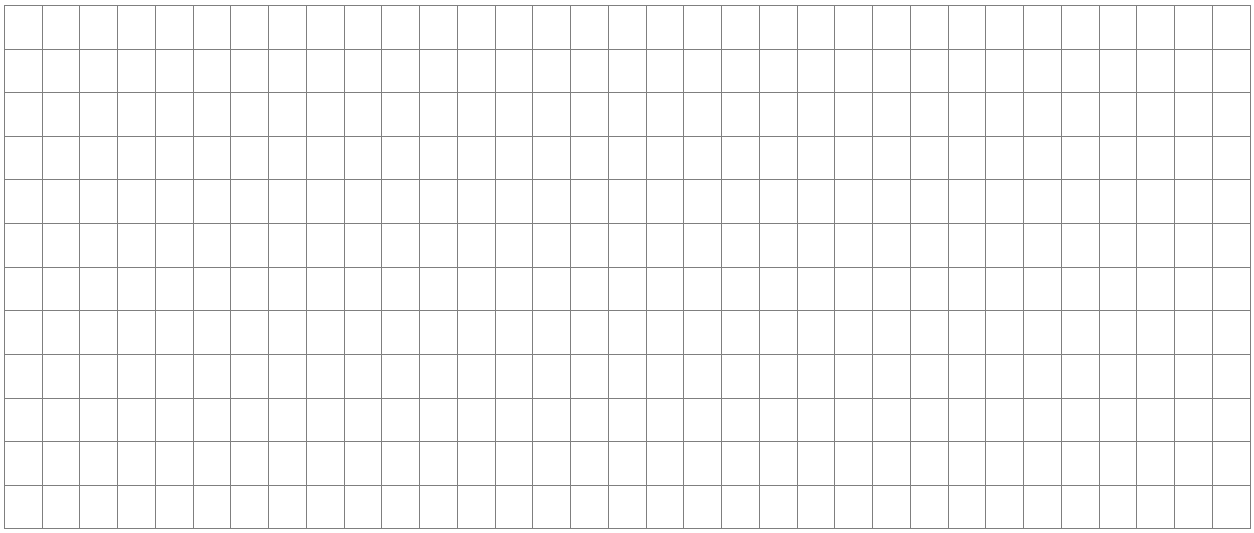
Відповідь: ☐☐☐☐ , ☐☐☐

2. Визначте суму S_5 п’яти перших членів цієї прогресії, якщо $b_4 = 0.6$.



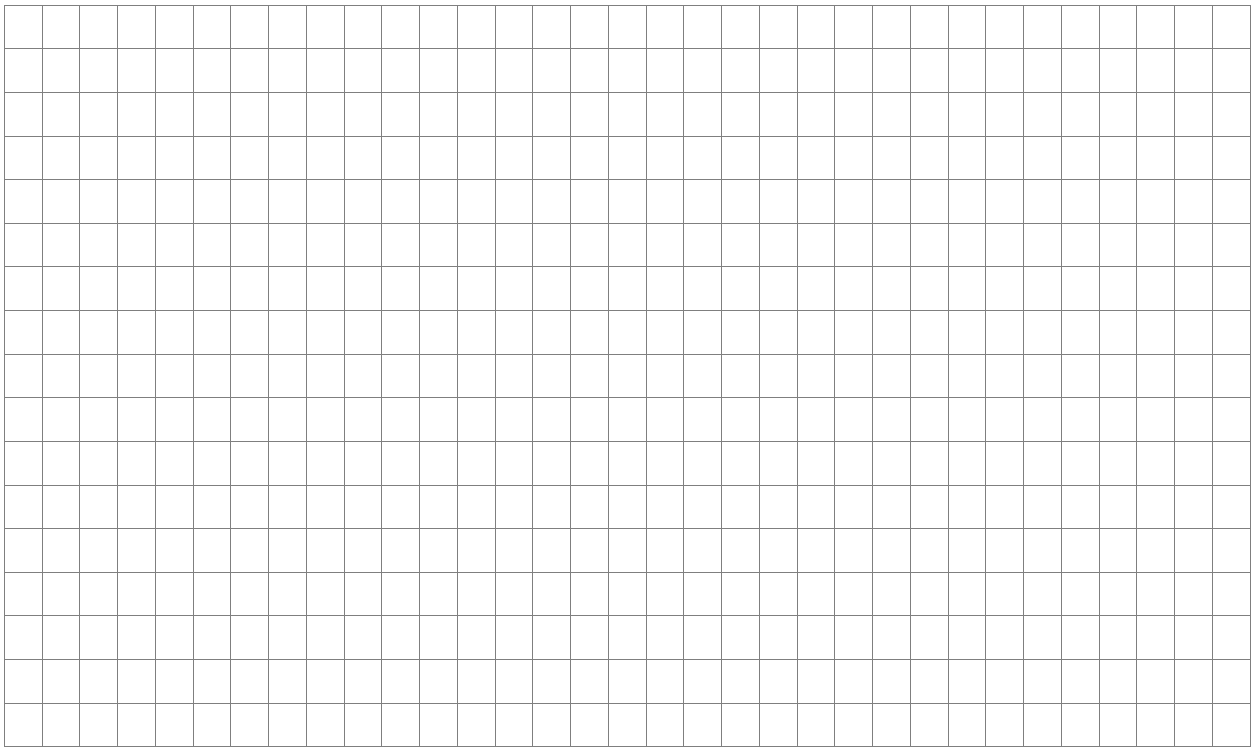
Відповідь: ☐☐☐☐ , ☐☐☐

25. На полиці стоять енциклопедії, словники та довідники. Кількість словників удвічі менша за кількість довідників і на 20 менша кількості енциклопедій. Загальна кількість книжок на полиці становить 80. Яка ймовірність того, що навмання взята книжка буде *довідником*?



Відповідь: ,

26. Одна бригада працювала на ремонті дороги 2 *години*, після чого до неї приєдналась друга бригада. Через 6 *годин* спільної роботи виявилось, що відремонтовано $\frac{3}{4}$ дороги. За скільки *годин* може відремонтувати дорогу *друга* бригада, працюючи самостійно, якщо їй на це потрібно на 8 *годин* більше, ніж першій?



Відповідь: ,

27. Обчисліть значення виразу $5^{4\log_{25}2}\cdot\log_2 7\cdot\log_{49}8$.

Відповідь: ☐☐☐☐ , ☐☐☐

28. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{4x^2-12x+9}=5$. Якщо рівняння має єдиний корінь, то запишіть його у відповіді. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповіді запишіть їх добуток.

Відповідь: ☐☐☐☐ , ☐☐☐

29. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 9 *см*, апофема – 15 *см*. Визначте площу повної поверхні цієї піраміди (у $см^2$).

Відповідь: ☐☐☐☐ , ☐☐☐

Розв`яжіть завдання 30, 31. Запишіть у *бланку Б* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв`язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв`язання завдань рисунками, графіками тощо.

30. Задано функцію $f(x)=3-\sqrt{x}$.

1. Для наведених у таблиці значень x та y заданої функції визначте відповідні їм значення y та x. Результати запишіть у таблицю.

x	y
0	
	0
4	

2. Побудуйте графік функції $f(x)=3-\sqrt{x}$.

3. Позначте на рисунку точки перетину графіка функції з осями координат та укажіть координати цих точок.

4. Знайдіть одну з первісних $F(x)$ для функції $f(x)=3-\sqrt{x}$.

5. Запишіть формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої графіком функції f та осями координат.

6. Обчисліть площу S цієї фігури

Відповідь:

31. У правильній трикутній піраміді *SABC* з основою *ABC* бічне ребро утворює з площиною основи кут β. Довжина бічного ребра дорівнює 4.

1. Зобразіть на рисунку правильну трикутну піраміду *SABC* та позначте кут β між бічним ребром *SA* та площиною основи піраміди.

2. Визначте довжину висоти піраміди.

3. Знайдіть об'єм піраміди *SABC*.

Відповідь:

Розв`яжіть завдання 32-34. Запишіть у *бланку В* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв`язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв`язання завдань рисунками, графіками тощо.

32. Відповідно до умови завдання 31:

1. Зобразіть на рисунку правильну трикутну піраміду *SABC* та укажіть лінійний кут γ двогранного кута при ребрі основи цієї піраміди. Обґрунтуйте його положення.

2. Визначте кут γ.

Відповідь:

33. Доведіть, що $\sqrt{xy} \le \frac{1}{2}(x+y)$ для всіх дійсних додатнихчисел *x* та *y*.

34. Задано рівняння $\left(16^x + 2a \cdot 4^x + a^2\right) \cdot \sqrt{\dfrac{x+5}{x+1} - 2} = 0$, де x – змінна, a – стала.

1. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{\dfrac{x+5}{x+1} - 2} = 0$.

2. Розв'яжіть задане рівняння залежно від значень a.

Відповідь:

Похідна функції

C, α – сталі

$(C)' = 0$

$x' = 1$ $\qquad (x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$

$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ $\qquad (e^x)' = e^x$

$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$ $\qquad (\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$ $\qquad (\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

$(u+v)' = u' + v'$ $\qquad (u-v)' = u' - v'$

$(uv)' = u'v + uv'$ $\qquad (Cu)' = Cu'$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

Первісна функції та визначений інтеграл

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x)+C$, C – довільна стала
0	C
1	$x + C$
x^α, $\alpha \neq -1$	$\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\dfrac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\dfrac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$

$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$ – формула Ньютона-Лейбніца

Тригонометрія

$\sin\alpha = y_\alpha \quad \cos\alpha = x_\alpha$

$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\sin(90° + \alpha) = \cos\alpha$

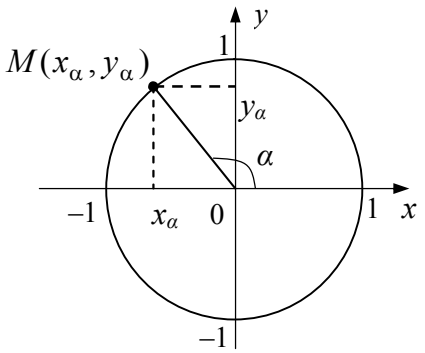
$\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$

$\cos(90° + \alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$

$\operatorname{tg}(90° + \alpha) = -\dfrac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$

$\operatorname{tg}(180° - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$



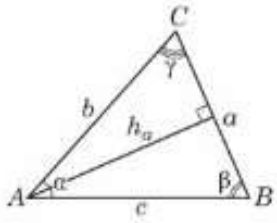
Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

α	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	град	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	–1	0
$\cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0

ГЕОМЕТРІЯ

Трикутники

Довільний трикутник



$p = \frac{a+b+c}{2}$ $\quad \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

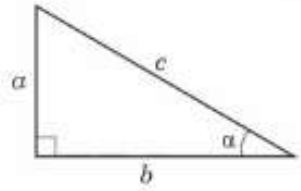
R – радіус кола, описаного навколо трикутника ABC

$S = \frac{1}{2}a \cdot h_a$ $\quad S = \frac{1}{2}b \cdot c \cdot \sin\alpha$ $\quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Прямокутний трикутник

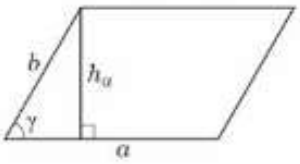
$a^2 + b^2 = c^2$ (теорема Піфагора)

$\frac{b}{c} = \cos\alpha$ $\quad \frac{a}{c} = \sin\alpha$ $\quad \frac{a}{b} = \operatorname{tg}\alpha$



Чотирикутники

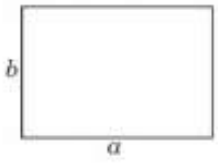
Паралелограм



$S = ab\sin\gamma$

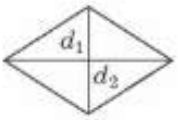
$S = ah_a$

Прямокутник



$S = ab$

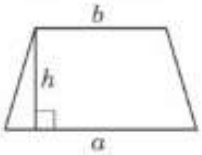
Ромб



$S = \frac{1}{2}d_1d_2$,

d_1, d_2 – діагоналі ромба

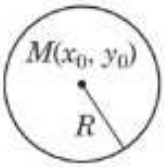
Трапеція



$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$,

a і b – основи трапеції

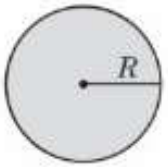
Коло



$L = 2\pi R$

$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$

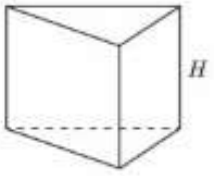
Круг



$S = \pi R^2$

Об'ємні фігури та тіла

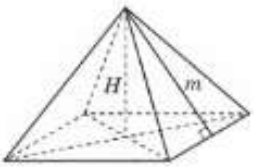
Пряма призма



$V = S_{осн} \cdot H$

$S_б = P_{осн} \cdot H$

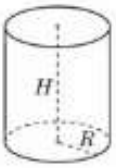
Правильна піраміда



$V = \frac{1}{3}S_{осн} \cdot H$

$S_б = \frac{1}{2}P_{осн} \cdot m$

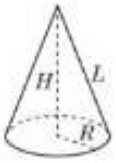
Циліндр



$V = \pi R^2 H$

$S_б = 2\pi RH$

Конус



$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$

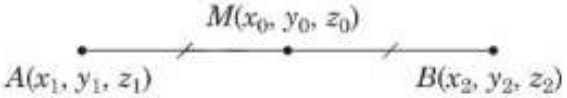
$S_б = \pi RL$

Куля, сфера

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

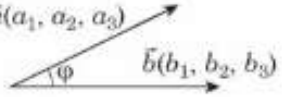
$S = 4\pi R^2$

Координати та вектори



$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $\quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$ $\quad z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$

$\overrightarrow{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$ $\quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$



$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|\cos\varphi$

Кінець зошита